

«ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ»

(часть 2, лекция 5)

Метод Л. С. Гольдфарба

(проф. В.Н.Шамберов)

Нелинейная динамическая система задана следующей структурной схемой (представлена на рисунке 1).

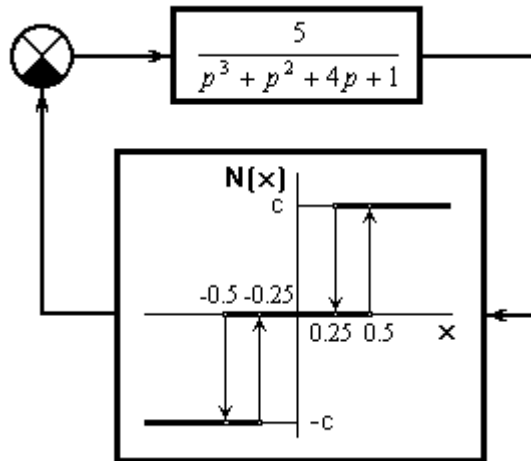


Рисунок 1 – Структура заданной динамической системы

Необходимо исследовать систему на предмет определения ее динамического поведения.

Линейная часть системы с передаточной функцией

$$W_{лч}(p) = \frac{5}{p^3 + p^2 + 4p + 1} \quad (1)$$

является устойчивой, что подтверждается условием И.А.Вышнеградского: $1 \cdot 4 > 1 \cdot 1$. Это же подтверждается значениями корней характеристического полинома линейной части системы

$$p_1 = -0.263 \text{ c}^{-1}, p_{2,3} = -0.369 \pm j1.916 \text{ c}^{-1}.$$

Частотная передаточная функция линейной части системы может быть получена при подстановке в (1) $p = i\omega$:

$$W_{лч}(i\omega) = \text{Re}_{лч}(\omega) + i \text{Im}_{лч}(\omega), \quad (2)$$

$$\text{где } \text{Re}_{лч}(\omega) = \frac{5(1 - \omega^2)}{(1 - \omega^2)^2 + \omega^2(4 - \omega^2)^2}, \quad \text{Im}_{лч}(\omega) = -\frac{5\omega(4 - \omega^2)}{(1 - \omega^2)^2 + \omega^2(4 - \omega^2)^2}.$$

Изменяя в (2) частоту ω в диапазоне $0 \leq \omega < \infty$, получим амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) линейной части системы, график которой в логарифмическом масштабе $20Lg[A(\omega)]$, $Lg(\omega)$ представлен на рисунке 2.

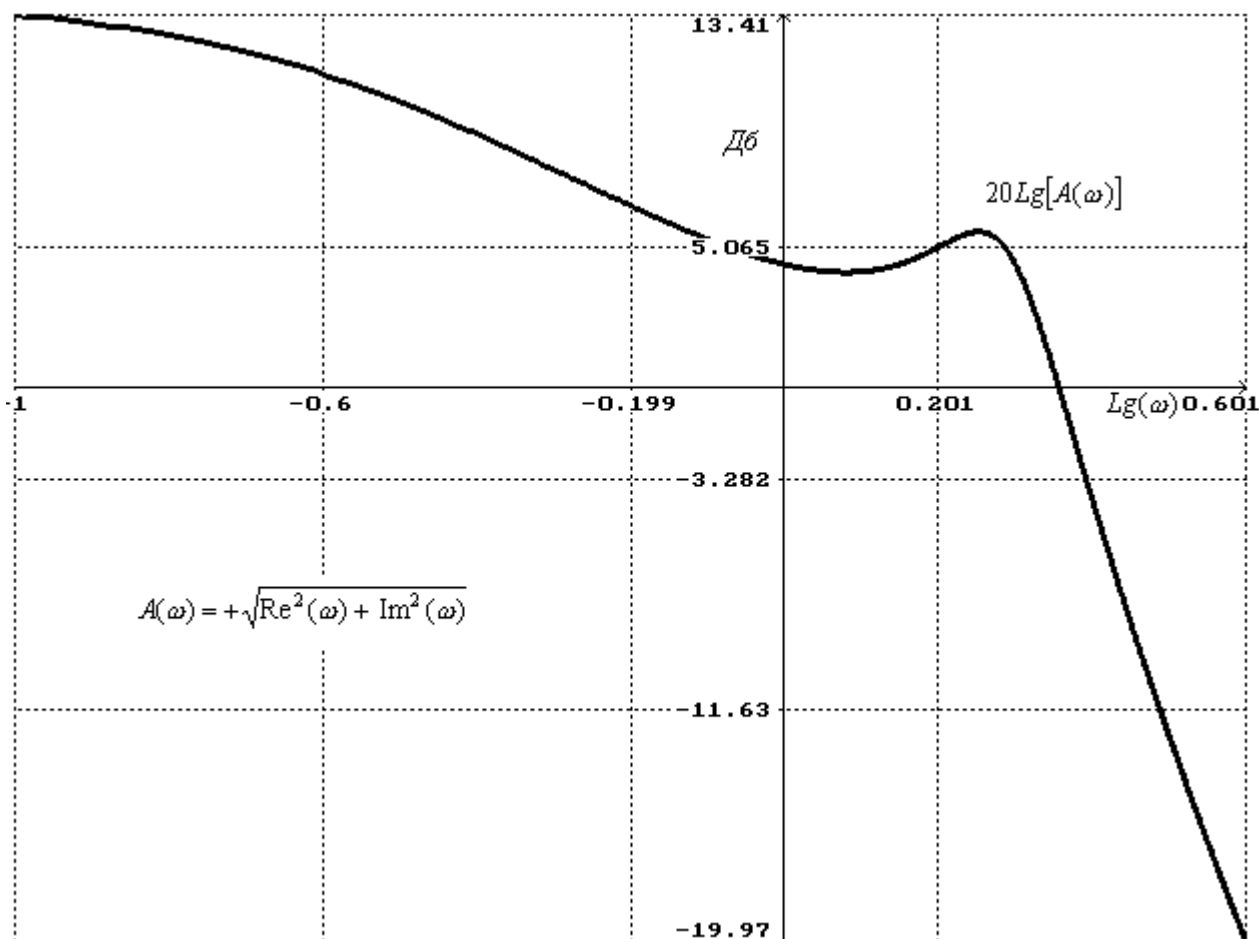


Рисунок 2 – Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ) линейной части системы

Из ЛАЧХ заключаем, что при заданных параметрах линейная часть системы (1) в достаточной степени обладает свойством фильтра низких частот (ФНЧ) – характеристика пересекает ось $20lg(A) = 0$ (или $A = 1$) с наклоном > -40 Дб / дек.

Отсюда заключаем, что для исследования системы можно применять методы гармонической линеаризации. Для исследования выбираем графо-аналитический метод Л.С.Гольдфарба.

Нелинейная часть системы представляет собой типовую нелинейность «Трехпозиционное реле с гистерезисом», имеющую широкое применение в технических системах автоматики.

Для линеаризации заданной нелинейности определим коэффициенты гармонической линеаризации $q(X_m)$, $q'(X_m)$.

$$q(X_m) = \begin{cases} 0, & \text{если } X_m < 0.5; \\ \frac{2}{\pi X_m} \left(\sqrt{1 - \frac{0.0625}{X_m^2}} + \sqrt{1 - \frac{0.25}{X_m^2}} \right), & \text{если } X_m \geq 0.5. \end{cases} \quad (3)$$

$$q'(X_m) = \begin{cases} 0, & \text{если } X_m < 0.5; \\ -\frac{2}{\pi X_m^2} (0.5 - 0.25), & \text{если } X_m \geq 0.5. \end{cases} \quad (4)$$

Где X_m - амплитуда первой гармоники $x(t) = X_m \sin(\omega t)$ на входе нелинейности (см.рис. 1).

График коэффициентов гармонической линейзации представлен на рисунке 3.

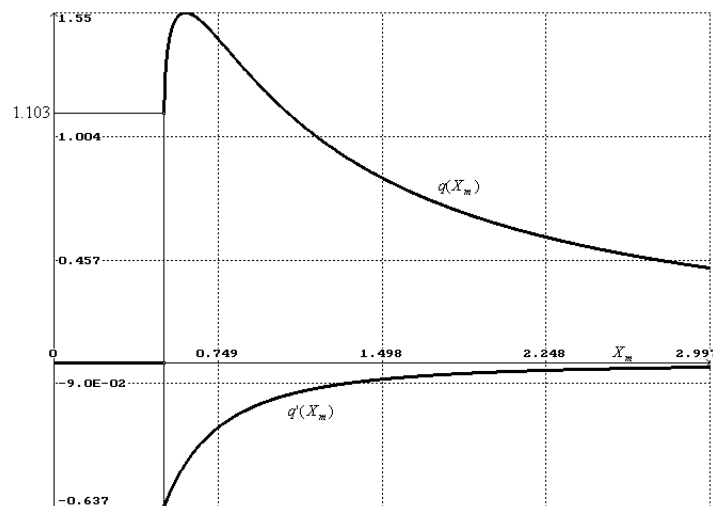


Рисунок 3 – График коэффициентов гармонической линейзации для заданной нелинейности

Для построения годографа Гольдфарба необходимо определить частотную передаточную функцию гармонически линейризованной нелинейности.

Передаточная функция гармонически линейризованной нелинейности имеет следующий вид

$$W_{нч}(p) = q(X_m) + \frac{q'(X_m)}{\omega} p. \quad (5)$$

Частотная передаточная функция нелинейной части системы может быть получена с помощью подстановки в (5) $p = i\omega$:

$$W_{нч}(i\omega) = q(X_m) + iq'(X_m).$$

Для исследования системы необходимо построить годограф Гольдфарба

$$-\frac{1}{W_{нч}(i\omega)} = \text{Re}_{нч}(X_m) + i \text{Im}_{нч}(X_m), \quad (6)$$

$$\text{где } \text{Re}_{нч}(X_m) = -\frac{q(X_m)}{q^2(X_m) + q'^2(X_m)}, \quad \text{Im}_{нч}(X_m) = \frac{q'(X_m)}{q^2(X_m) + q'^2(X_m)},$$

$$0.5 \leq X_m < \infty.$$

Построив годографы (2) и (6) в одной системе координат (представлено на рисунках 4-а и 4-б) получим единственное их пересечение, что свидетельствует о существовании в системе периодического решения (движения).

Характер пересечения свидетельствует об устойчивости периодического движения. Отсюда заключаем, что исследуемая система является автоколебательной системой «мягкого» режима возбуждения автоколебаний.

Частота и амплитуда автоколебаний соответствует $\omega = 1.98 \text{ c}^{-1}$, $X_m = 2.15$, (см. рис.4).

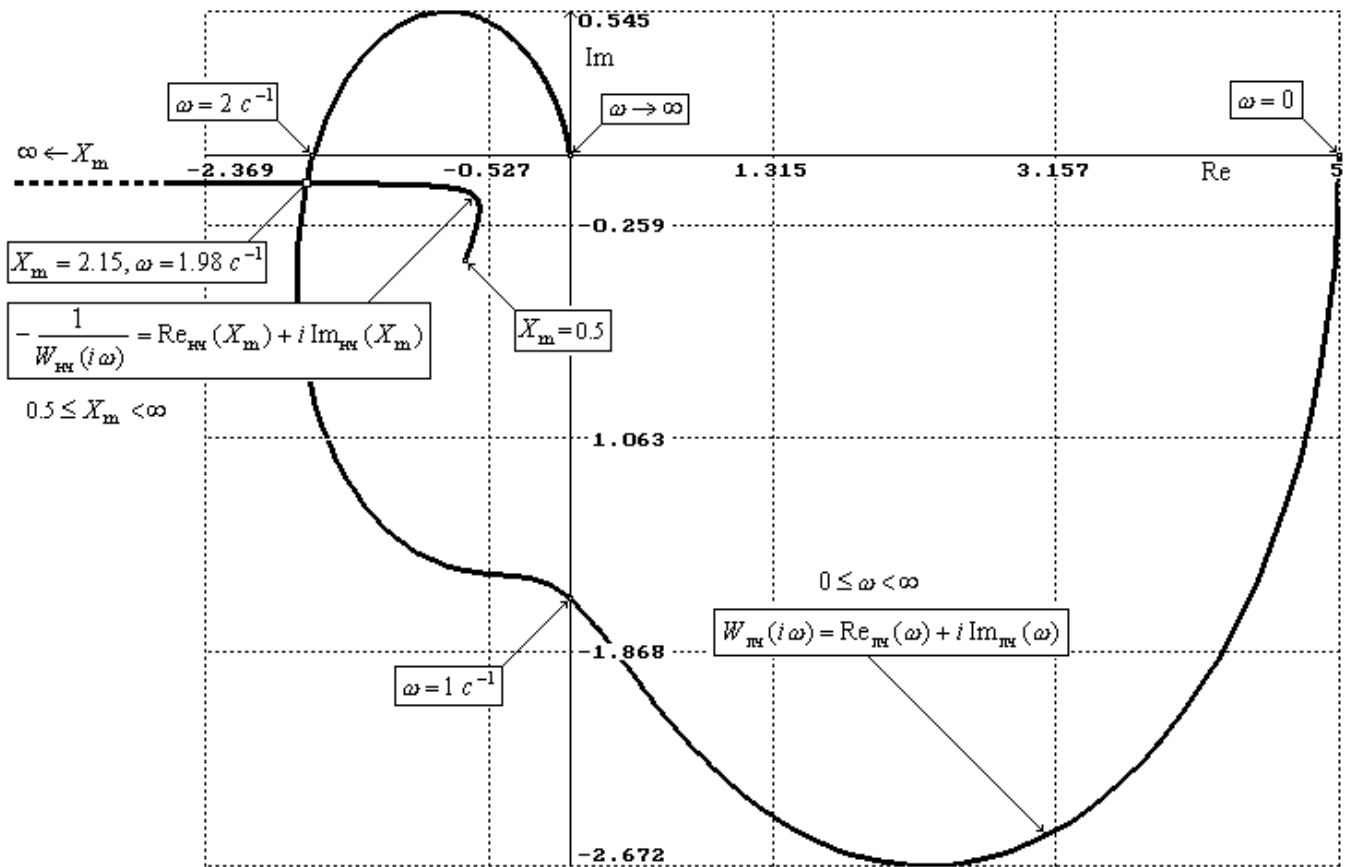


Рисунок 4 – Годограф Гольдфарба для исследуемой системы