

К лабораторной работе №2

«МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ РЕГУЛЯТОРА Ф. ДЖЕНКИНА»

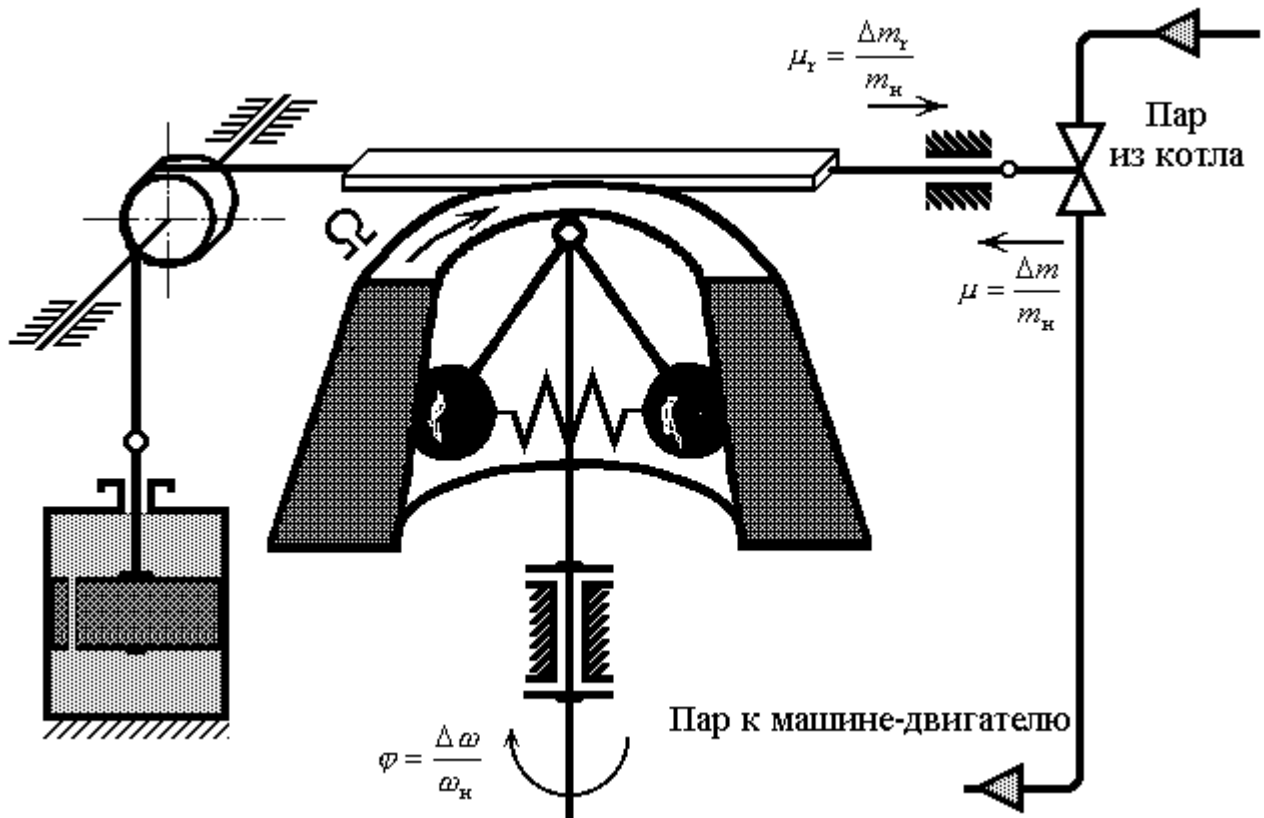


Рисунок 2.1 – Принципиальная схема регулятора Ф.Дженкина

Математической моделью регулятора является следующее дифференциальное уравнение

$$T_r^2 \ddot{\mu}_r + T_k \dot{\mu}_r = \varphi. \quad (2.1)$$

Математическую модель регулятора можно представить другим математическим выражением

$$\ddot{\mu}_r = -\frac{T_k}{T_r^2} \dot{\mu}_r + \frac{1}{T_r^2} \varphi, \frac{1}{c^2}. \quad (2.2)$$

Математическую модель регулятора можно также представить в виде следующей структуры (представлено на рисунке 2.2).

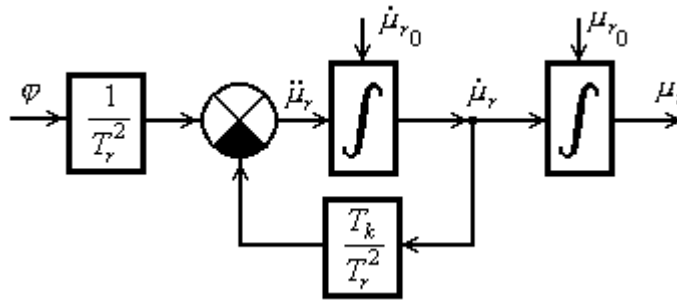


Рисунок 2.2 – Структурная математическая модель регулятора Ф.Дженкина

В математических моделях регулятора обозначено: 1) переменные:  $\varphi(t) = \frac{\Delta\omega}{\omega_H}$  - относительное изменение угловой частоты вращения;  $\mu_r(t) = \frac{\Delta m_r}{m_{rH}}$  - относительное перемещение выходного штока регулятора;  $\dot{\mu}_r = \frac{d\mu_r}{dt}$  (сек<sup>-1</sup>) и  $\ddot{\mu}_r = \frac{d^2\mu_r}{dt^2}$  (сек<sup>-2</sup>) - скорость и ускорение выходного штока регулятора соответственно;  $t$  - независимая переменная (время, сек); 2) Коэффициенты (параметры):  $T_r^2$  - характеризует инерционные свойства регулятора, сек<sup>2</sup>;  $T_k$  - характеризует демпфирующие свойства регулятора, сек.

Характеристическим уравнением для (2.1) является следующее уравнение

$$T_r^2 \lambda^2 + T_k \lambda = 0. \quad (2.3)$$

Корнями характеристического уравнения (2.3) являются

$$\lambda_1 = 0, \lambda_2 = -\frac{T_k}{T_r^2}, \frac{1}{c}. \quad (2.4)$$

Получим уравнение возмущенного движения регулятора Ф.Дженкина при  $\mu_r(0) = \mu_{r0}$ ,  $\dot{\mu}_r(0) = \dot{\mu}_{r0}$  и  $\varphi(t) = \varphi_0 = Const$ .

Уравнение возмущенного движения ищем в следующем виде

$$\mu(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + \frac{\varphi_0}{T_k} t = C_1 + C_2 e^{-\frac{T_k}{T_r^2} t} + \frac{\varphi_0}{T_k} t; \quad (2.5)$$

$$\dot{\mu}(t) = \lambda_1 C_1 e^{\lambda_1 t} + \lambda_2 C_2 e^{\lambda_2 t} + \frac{\varphi_0}{T_k} = -\frac{T_k}{T_r^2} C_2 e^{-\frac{T_k}{T_r^2} t} + \frac{\varphi_0}{T_k}, \frac{1}{c}$$

Постоянные интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  определим из следующей системы уравнений, полученных из (2.5) при  $t = 0$

$$\begin{cases} \mu_0 = C_1 + C_2; \\ \dot{\mu}_0 = -\frac{T_k}{T_r^2} C_2 + \frac{\varphi_0}{T_k}, \frac{1}{c}. \end{cases} \quad (2.6)$$

Из (2.6) получим

$$C_1 = \mu_0 - C_2 = \mu_0 + \frac{T_r^2}{T_k} \dot{\mu}_0 - \frac{T_r^2}{T_k^2} \varphi_0; \quad (2.7)$$

$$C_2 = -\left( \dot{\mu}_0 - \frac{\varphi_0}{T_k} \right) \frac{T_r^2}{T_k} = -\frac{T_r^2}{T_k} \dot{\mu}_0 + \frac{T_r^2}{T_k^2} \varphi_0.$$

Подставим постоянные интегрирования (2.7) в (2.5) и окончательно получим уравнения возмущенного движения

$$\mu(t) = \mu_0 + \left( \frac{T_r^2}{T_k} \dot{\mu}_0 - \frac{T_r^2}{T_k^2} \varphi_0 \right) \cdot \left( 1 - e^{-\frac{T_k}{T_r^2} t} \right) + \frac{\varphi_0}{T_k} t; \quad (2.8)$$

$$\dot{\mu}(t) = \dot{\mu}_0 e^{-\frac{T_k}{T_r^2} t} + \frac{\varphi_0}{T_k} \left( 1 - e^{-\frac{T_k}{T_r^2} t} \right), \frac{1}{c}.$$

Подставив  $\dot{\mu}_r(t)$  в (2.1) получим выражение для  $\ddot{\mu}_r(t)$ .

$$\ddot{\mu}_r(t) = \frac{\varphi_0 - T_k \dot{\mu}_0}{T_r^2} e^{-\frac{T_k}{T_r} t}, \frac{1}{c^2}. \quad (2.9)$$

Часто основной интерес при исследовании представляют движения регулятора, получаемые при  $\mu_r(0) = \mu_{r0} = 0$ ,  $\dot{\mu}_r(0) = \dot{\mu}_{r0} = 0$  и  $\varphi(t) = \varphi_0 = Const \neq 0$ . Такие движения называются переходными процессами.

Переходные процессы в регуляторе

$$\mu(t) = -\frac{T_r^2}{T_k^2} \varphi_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_k}{T_r} t}\right) + \frac{\varphi_0}{T_k} t; \quad \dot{\mu}(t) = \frac{\varphi_0}{T_k} \left(1 - e^{-\frac{T_k}{T_r} t}\right), \quad \ddot{\mu}_r(t) = \frac{\varphi_0}{T_r^2} e^{-\frac{T_k}{T_r} t} \quad (2.10)$$

**Пример.** Рассмотрим, как будут выглядеть движения регулятора при  $\varphi_0 = 1.0$ ,  $\mu(0) = 0.5$ ,  $\dot{\mu}(0) = -2 \text{ сек}^{-1}$ . Параметры регулятора следующие:  $T_r^2 = 0.25 \text{ сек}^2$ ,  $T_k = 0.5 \text{ сек}$ .

Подставим начальные условия и значения коэффициентов регулятора в уравнения (2.8), (2.9), в результате чего получим:

$$\mu_r(t) = -1.5 + 2 \cdot e^{-2.0t} + 2 \cdot t;$$

$$\dot{\mu}_r(t) = 2 - 4 \cdot e^{-2.0t}, \text{ с}^{-1}; \quad (2.11)$$

$$\ddot{\mu}_r(t) = 8.0 \cdot e^{-2.0t}, \text{ с}^{-2}.$$

Изменяя значение независимой переменной  $t$ , с каким-либо шагом в заданном диапазоне  $0 \leq t < \infty$ , и вычисляя по формулам (2.11) для каждого значения независимой переменной  $t$  соответствующие ей значения зависимых переменных  $\mu_r$ ,  $\dot{\mu}_r$ ,  $\ddot{\mu}_r$  можно построить графики изменения во времени переменных  $\mu_r(t)$ ,  $\dot{\mu}_r(t)$ ,  $\ddot{\mu}_r(t)$  (представлено на рисунке 2.3).

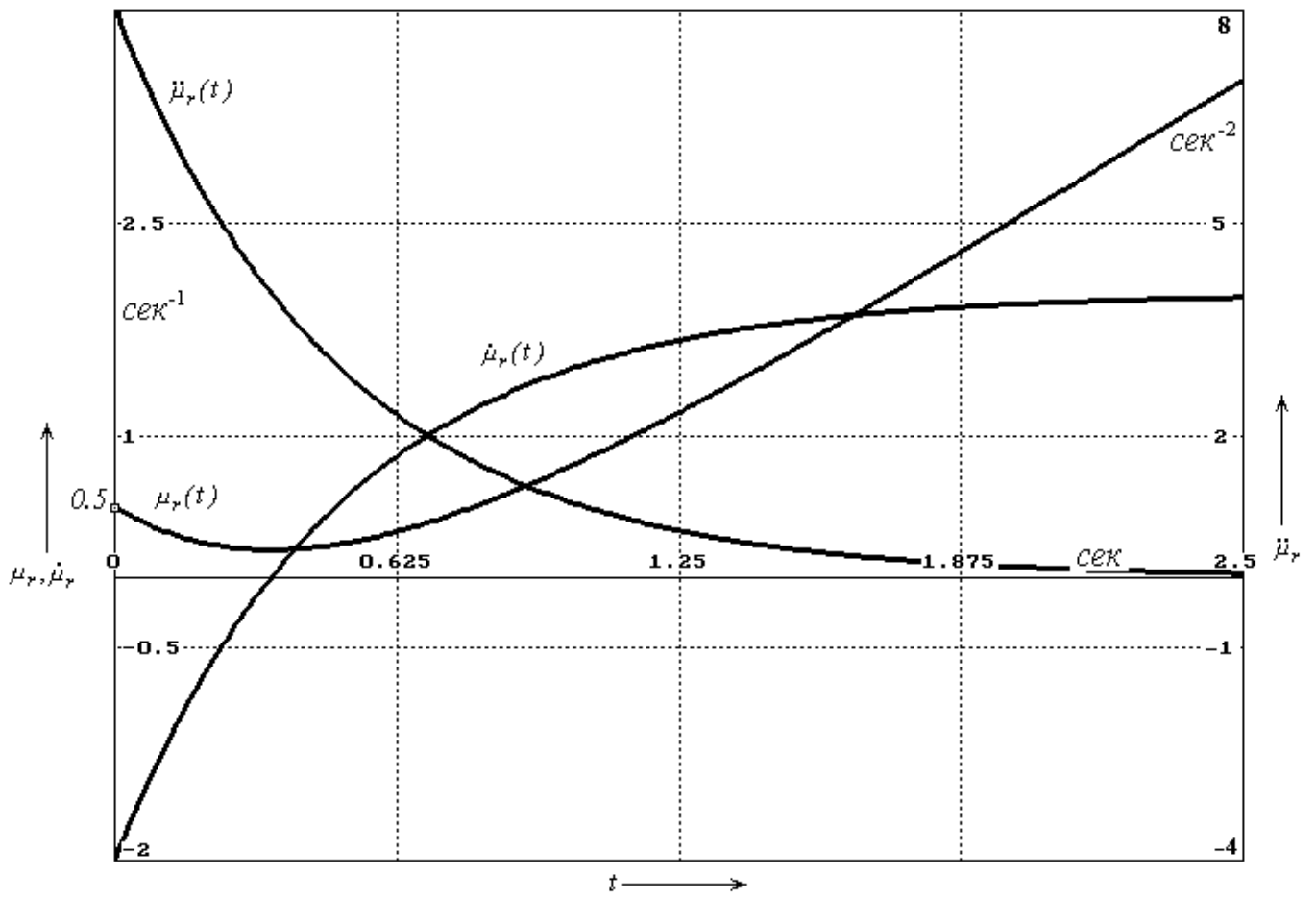


Рисунок 1.3 - Графики изменения во времени  $\mu_r(t)$ ,  $\dot{\mu}_r(t)$ ,  $\ddot{\mu}_r(t)$