К лабораторной работе №1

«МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ МАШИНЫ-ДВИШАТЕЛЯ»

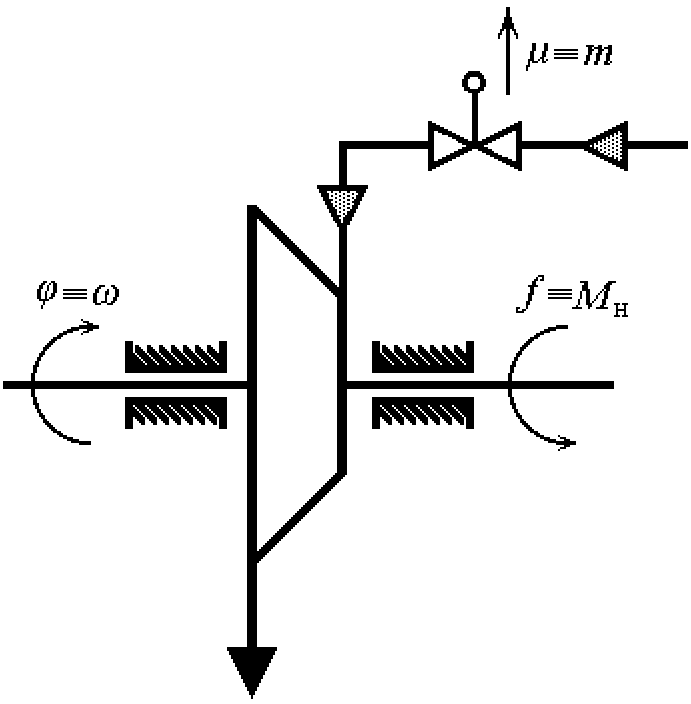

Рисунок 1.1 – Принципиальная схема машины-двигателя

Математической моделью машины является следующее дифференциальное уравнение

$$T_a \cdot \dot{\varphi} + \theta \cdot \varphi = \mu - f\ . \tag{1.1}$$

Математическую модель регулятора можно представить другим математическим выражением (в форме Коши)

$$\dot{\varphi} = -\frac{\theta}{T_a}\varphi + \frac{1}{T_a}\mu - \frac{1}{T_a}f, \frac{1}{c}. \tag{1.2}$$

Математическую модель машины можно также представить в виде следующей математической структуры (представлено на рисунке 1.2).

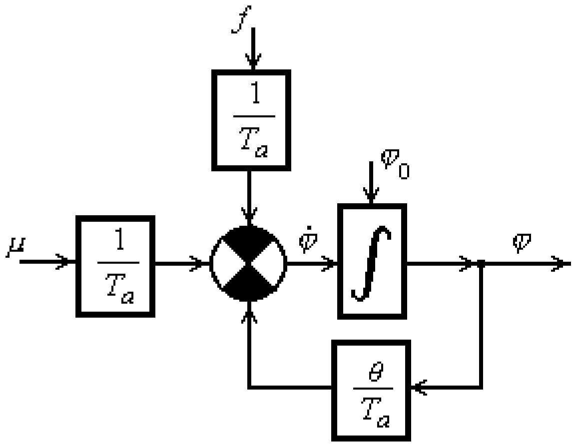

Рисунок 1.2 – Структурная математическая модель машины-двигателя

В математических моделях машины-двигателя обозначено: 1) переменные: $\varphi(t) = \dfrac{\Delta\omega}{\omega_{\text{н}}}$ - относительное изменение угловой частоты вращения; $\mu(t) = \dfrac{\Delta m}{m_{\text{н}}}$ - относительное перемещение управляющего органа (паровпускного клапана); $f(t) = \dfrac{\Delta M}{M_{\text{н}}}$ - относительное изменение момента нагрузки; $\dot{\varphi} = \dfrac{d\varphi}{dt}$ - скорость изменения угловой частоты машины ($сек^{-1}$); t - независимая переменная (время, $сек$); 2) Коэффициенты (параметры): T_a - характеризует инерционные свойства машины, $сек$; θ - характеризует свойство машины к саморегулированию (устойчивости).

Характеристическим уравнением для (1.1) является следующее уравнение

$$T_a \cdot \lambda + \theta = 0. \tag{1.3}$$

Корень характеристического уравнения (1.3) определяются выражением

$$\lambda = -\frac{\theta}{T_a}, \ \frac{1}{c}. \tag{1.4}$$

Получим уравнение возмущенного движения машины при следующих исходных (начальных) условиях $\varphi(0) = \varphi_0$, $\mu(t) = \mu_0 = Const$ и $f(t) = f_0 = Const$.

Уравнение возмущенного движения ищем в следующем виде

$$\varphi(t) = Ce^{\lambda \cdot t} + \frac{\mu_0 - f_0}{\theta} = Ce^{-\frac{\theta}{T_a} \cdot t} + \frac{\mu_0 - f_0}{\theta}. \tag{1.5}$$

Постоянную интегрирования C определим из уравнения, полученного подстановкой в (1.5) $t = 0$

$$\varphi(0) = C + \frac{\mu_0 - f_0}{\theta}, \text{ откуда } C = \varphi_0 - \frac{\mu_0 - f_0}{\theta}. \tag{1.6}$$

Подставим найденное из (1.6) значение постоянной интегрирования C в (1.5) и окончательно получим выражение для решения исходного дифференциального уравнения (1.1, 1.2, см. также рисунок 1.2), являющегося динамической моделью машины-двигателя

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cdot e^{-\frac{\theta}{T_a} t} + \frac{\mu_0 - f_0}{\theta} \left(1 - e^{-\frac{\theta}{T_a} t} \right). \tag{1.7}$$

Подставив найденное решение (1.7) в (1.1) получим уравнение, характеризующее изменение скорости

$$\dot{\varphi}(t) = \frac{1}{T_a} \left(\mu_0 - f_0 - \theta \cdot \varphi_0 \right) \cdot e^{-\frac{\theta}{T_a} t}, \; c^{-1}. \tag{1.8}$$

Часто основной интерес при исследовании представляют движения машины, получаемые при $\varphi(0) = \varphi_0 = 0$, и $\mu(0) - f(0) = \mu_0 - f_0 = Const \neq 0$. Такие движения называются переходными процессами.

Переходные процессы в машине-двигателе будут описываться следующими выражениями

$$\varphi(t) = \frac{\mu_0 - f_0}{\theta} \left(1 - e^{-\frac{\theta}{T_a} t} \right), \quad \dot{\varphi}(t) = \frac{\mu_0 - f_0}{T_a} \cdot e^{-\frac{\theta}{T_a} t}, \; c^{-1}. \tag{1.9}$$

Данные движения (переходные процессы) являются частными случаями движений, представленными уравнениями (1.7), (1.8).

Пример. Рассмотрим, как будут выглядеть движения в машине при $\varphi(0) = -0.5$, $\mu_0 = 1.0$, $f_0 = 0.5$. Параметры машины следующие: $T_a = 0.1$ *сек*, $\theta = 0.5$.

Подставим начальные условия и значения коэффициентов машины в уравнения (1.7), (1.8), в результате чего получим:

$$\varphi(t) = 1 - 1.5 \cdot e^{-5.0 \cdot t}, \qquad \dot{\varphi}(t) = 7.5 \cdot e^{-5.0 \cdot t}, \; c^{-1}. \tag{1.10}$$

Изменяя значение независимой переменной t, с каким-либо шагом в заданном диапазоне $0 \le t < \infty$, и вычисляя по формулам (1.10) для каждого значения независимой переменной t соответствующие ей значения зависимых переменных φ, $\dot{\varphi}$ можно построить графики изменения во времени переменных $\varphi(t)$, $\dot{\varphi}(t)$ (представлено на рисунке 1.3).

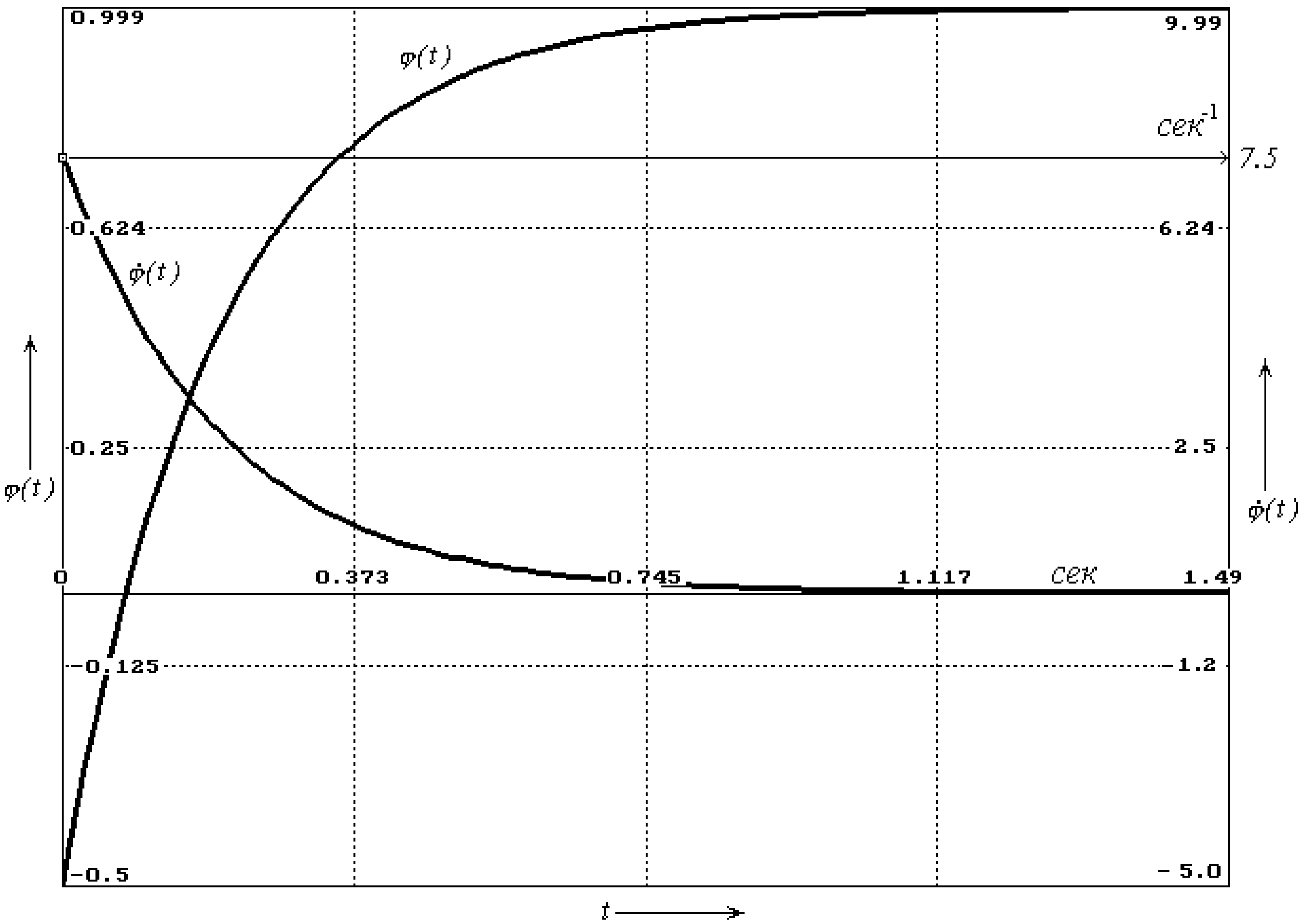

Рисунок 1.3 - Графики изменения во времени $\varphi(t)$ и $\dot{\varphi}(t)$

30.09.13 Проф. В.Н.Шамберов