

Лабораторная работа № 8

Исследование типовых (элементарных) динамических звеньев. Колебательное звено.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: изучение колебательного звена методом моделирования с помощью временных и частотных характеристик.

ВВЕДЕНИЕ В РАБОТУ

Колебательное звено – это звено, которое описывается обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка следующего вида:

$$T^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + 2T\xi \frac{dy}{dt} + y = Kx, \quad (8.1)$$

где ξ – степень затухания ($0 < \xi < 1$).

Решением дифференциального уравнения (8.1) при $x = const$, $y(0) = y_0 = 0$ и $\dot{y}(0) = \dot{y}_0 = 0$ является уравнение (8.2), описывающее переходный процесс:

$$y(t) = KX_m \left(1 - e^{-\beta t} \cos \omega_c t + \frac{\beta}{\omega_c} e^{-\beta t} \sin \omega_c t \right), \quad (8.2)$$

или

$$y(t) = KX_m \left[1 - \sqrt{1 + \frac{\beta^2}{\omega_c^2}} e^{-\beta t} \cos \left(\omega_c t - \arctg \frac{\beta}{\omega_c} \right) \right], \quad (8.3)$$

где: β и ω_c соответственно вещественная и мнимая части комплексно-сопряженных корней $\lambda_{1,2} = \beta \pm j\omega_c$ характеристического уравнения: $T^2 \lambda^2 + 2\xi T \lambda + 1 = 0$.

Передаточная функция колебательного звена следующая:

$$W(p) = \frac{K}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}. \quad (8.4)$$

Структурная математическая модель по дифференциальному уравнению (8.1) имеет вид:

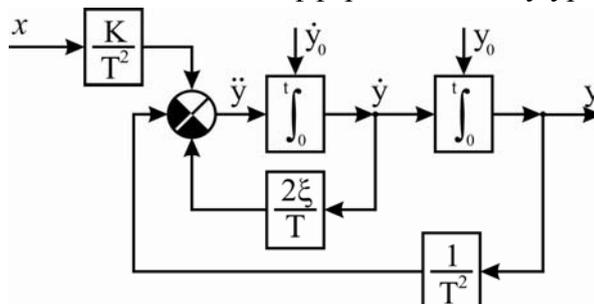


Рис. 8.1.

Структурная схема по передаточной функции (8.4) принимает вид:

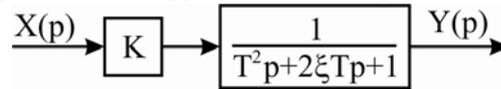


рис. 8.2.

Уравнение (8.5) описывает амплитудно-частотную характеристику ($A(\omega)$), уравнение (8.6) – фазочастную характеристику ($\varphi(\omega)$).

$$A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2 \omega^2}}. \quad (8.5)$$

$$\varphi(\omega) = \begin{cases} -\operatorname{arctg} \frac{2\xi T \omega}{1-T^2\omega^2} & \text{при } \omega < \frac{1}{T}; \\ -90 & \text{при } \omega = \frac{1}{T}; \\ -180^\circ - \operatorname{arctg} \frac{2\xi T \omega}{1-T^2\omega^2} & \text{при } \omega > \frac{1}{T}. \end{cases} \quad (8.6)$$

Порядок выполнения работы:

1. По дифференциальному уравнению составить структурную математическую модель звена.
2. Сравните структурные схемы регулятора Дж.Уатта и колебательного звена, пересчитайте параметры регулятора T_r^2 , T_k , γ в параметры колебательного звена K , T , ξ .
3. Составьте структурную схему по передаточной функции.
4. Снимите переходные характеристики звена, т.е. графики $y(t)$ для различных значений X_0 , K , T и ξ .
5. Снимите частотные характеристики звена, т.е. графики АЧХ, ЛАФЧХ и АФЧХ для различных значений K , T и ξ .
6. По графику переходного процесса, соответствующему заданному значению K , T и ξ определите значения Y_1 , Y_2 , T_c , $Y_{уст}$ (см. рис. 8.3), где T_c - условный период собственных колебаний [сек].

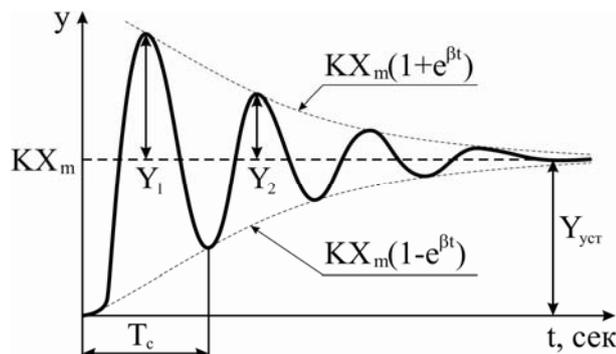


Рис. 8.3.

По формулам (8.7) рассчитайте экспериментальные значения – собственной частоты колебаний (ω_c), коэффициента затухания колебаний (β), резонансной частоты (ω_p) и коэффициента передачи (K):

$$\omega_c = \frac{2\pi}{T_c} \text{ [сек}^{-1}\text{]}; \quad \beta = \frac{\ln \left| \frac{Y_2}{Y_1} \right|}{T_c} \text{ [сек}^{-1}\text{]}; \quad \omega_p = \sqrt{\omega_c^2 + \beta^2} \text{ [сек}^{-1}\text{]}; \quad K = \frac{Y_{уст}}{X_m}. \quad (8.7)$$

По формулам (8.8) рассчитайте значения ω_c , β , ω_p и K :

$$\omega_c = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} \text{ [сек}^{-1}\text{]}; \quad \beta = -\frac{\xi}{T} \text{ [сек}^{-1}\text{]}; \quad \omega_p = \frac{1}{T} \text{ [сек}^{-1}\text{]}. \quad (8.8)$$

Сравните экспериментальные и заданные величины.

Отчет должен содержать:

1. Дифференциальное уравнение и решение дифференциального уравнения.
2. Передаточную функцию.
3. Структурные схемы по дифференциальному уравнению и по передаточной функции.
4. Графики по изучению влияния каждой указанной величины с уравнением для варианта с заданными параметрами.

Возможные вопросы на защите:

1. Что такое модуль и амплитудно-частотная характеристика ?
2. Что такое коэффициент передачи (два определения) ?
3. На что влияет постоянная времени ?
4. Что такое сдвиг фаз и фазочастная характеристика ?
5. Что такое полоса пропускания (рабочая полоса частот) ?
6. Как построить аппроксимированную ЛАЧХ ?
7. Укажите величину ошибки при построении аппроксимированной характеристики ?
8. Как определить параметры звена по характеристикам ?
9. Что такое ω_c , ω_p и ω_m . Укажите их на ЛАЧХ.

ВНИМАНИЕ:

На вопрос – «Какой сигнал ?». Необходимо обязательно указать форму и параметры сигнала.