федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Санкт-Петербургский государственный морской технический университет»
КАФЕДРА СУДОВОЙ АВТОМАТИКИ И ИЗМЕРЕНИЙ
Лаборатория моделирования динамических систем
ДИСЦИПЛИНА: «Теория автоматического управления»

Лабораторная работа № 6

Исследование типовых (элементарных) динамических звеньев. Апериодическое звено первого порядка.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: изучение апериодического звена первого порядка методом моделирования с помощью временных и частотных характеристик.

ВВЕДЕНИЕ В РАБОТУ

Апериодические звено первого порядка – это звено, которое описывается обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка, следующего вида:

$$T\frac{dy}{dt}+y=Kx\,. \tag{6.1}$$

$x(t)$ – входная величина;
$y(t)$ – выходная величина; } переменные
T – постоянная времени [*сек*];
K – коэффициент передачи. } параметры звена

Решением дифференциального уравнения при $x(t)=X_0=const$, $y(0)=Y_0=0$ является уравнение (6.2):

$$y(t)=K\,X_0\left(1-e^{-\frac{t}{T}}\right). \tag{6.2}$$

Это уравнение описывает переходный процесс (см. л.р. №1).

В ТАУ для удобства представления часто применяются передаточные функции. Передаточная функция – это отношение выходной величины «$Y(p)$» к входной величине «$X(p)$» в операторном виде (преобразованные по Лапласу), при нулевых начальных условиях:

$$W(p)=\frac{Y(p)}{X(p)}. \tag{6.3}$$

Передаточную функцию можно получить из дифференциального уравнения заменив «$\frac{d}{dt}$» на оператор Лапласа «p», а функции «$x(t)$» и «$y(t)$» их отображениями «$X(p)$» и «$Y(p)$» соответственно, после чего дифференциальное уравнение (6.1) приобретёт вид алгебраического уравнения (6.4), с которым при некоторых ограничениях можно проводить действия как с обычными алгебраическими уравнениями

$$TpY+Y=KX\,. \tag{6.4}$$

Из (6.4) после несложных преобразований получим (6.5)

$$W(p)=\frac{Y(p)}{X(p)}=\frac{K}{Tp+1}. \tag{6.5}$$

где $W(p)$ – передаточная функция звена.

Как и в предыдущем цикле лабораторных работ для лучшего представления связей воспользуемся структурной схемой, которую можно представить на основе дифференциального уравнения (рис. 6.1) или на основе передаточной функции (рис. 6.2).

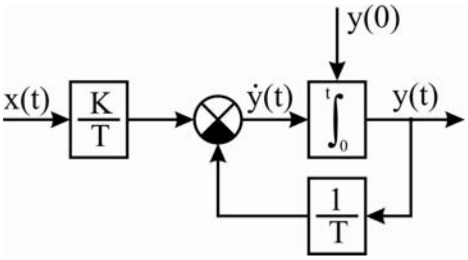

рис. 6.1

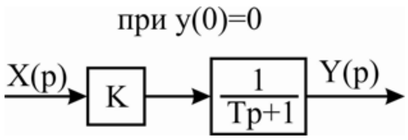

рис. 6.2

Исследование будем проводить с помощью двух групп характеристик:

1. Временные характеристики (переходный процесс).

– аргумент (независимая переменная) – время - t;

– функция (зависимая переменная) – выходная величина - y.

2. Частотные характеристики.

– аргумент (независимая переменная) – угловая (круговая) частота - ω [*рад/сек*].

2.1. Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ).

АЧХ – показывает зависимость отношения амплитуды выходной величины к амплитуде входной величины (модуль частотной передаточной функции) на различных частотах в установившемся режиме, при изменении входной величины по гармоническому закону.

Для снятия частотных характеристик на вход звена подается входная величина (6.6) и получаем выходную величину (6.7):

$$x(t) = X_m \sin(\omega t)\,. \tag{6.6}$$

$$y(t) = Y_m(\omega)\sin(\omega t + \varphi(\omega))\,. \tag{6.7}$$

X_m – амплитуда входной величины;

Y_m – амплитуда выходной величины;

φ – сдвиг фазы выходной величины по отношения к входной величине [*рад*];

ω – угловая (круговая) частота [*рад/сек*];

t – время [*сек*].

Примерный вид **АЧХ** апериодического звена первого порядка представлена на рис. 6.3.

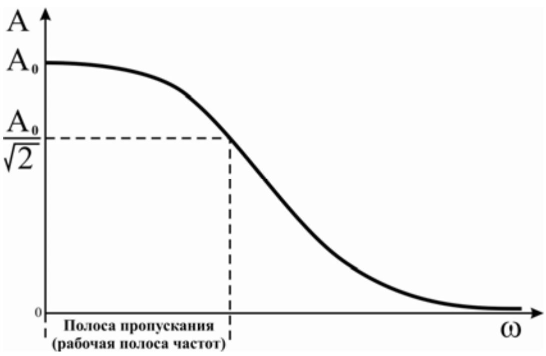

рис. 6.3

С помощью **АЧХ** мы можем определить полосу пропускания (рабочую полосу частот). Под этим понимают область частот, в которой модуль частотной передаточной функции $A(\omega)$ уменьшается не более, чем в $\sqrt{2}$ раз, т.е. остаётся практически постоянным.

Аналитическое выражение модуля частотной передаточной функции «$A(\omega)$» имеет вид

$$A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}}\,. \tag{6.8}$$

2.2. Фазочастотная характеристика.

ФЧХ – фазочастная характеристика показывает фазовые сдвиги (зависимость угла отставания или опережения выходной величины по отношению к входной величине) на различных частотах.

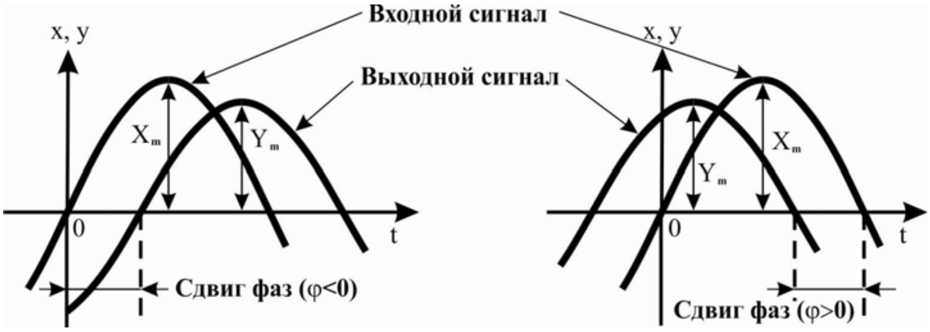

рис. 6.4

Примерный вид **ФЧХ** апериодического звена первого порядка имеет следующий вид

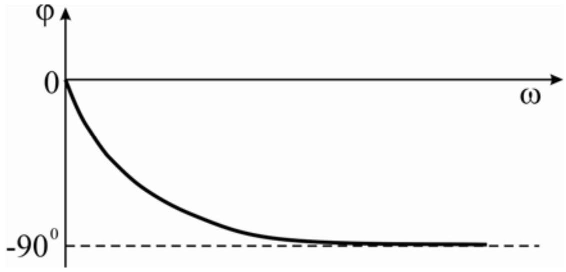

рис. 6.5

Аналитическое выражение аргумента (сдвига фазы) частотной передаточной функции «$\varphi(\omega)$»:

$$\varphi(\omega) = -arctg(T\omega). \qquad (6.9)$$

2.3. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ).

Под **ЛАЧХ** понимается график зависимости $A(\omega)$, построенный в прямоугольных координатах (по оси абсцисс откладывается $\lg(\omega)$, по оси ординат $20\lg A(\omega)$) (рис. 6.6). Ось абсцисс пересекает ось ординат в $(\cdot)$ 0 дБ.

Под частотой среза «ω_{cp}» понимаем частоту, при которой график пересекает ось частот, т.е. $20\lg A(\omega_{cp}) = 0$ дБ или $A(\omega_{cp}) = 1$.

2.4. Логарифмическая фазочастотная характеристика (ЛФЧХ).

Под **ЛФЧХ** понимается график зависимости $\varphi(\omega)$, построенный в прямоугольных координатах (по оси абсцисс откладывается $\lg(\omega)$, по оси ординат $\varphi(\omega)$) (рис. 6.7). Ось абсцисс пересекает ось ординат в $(\cdot)$ 0^0.

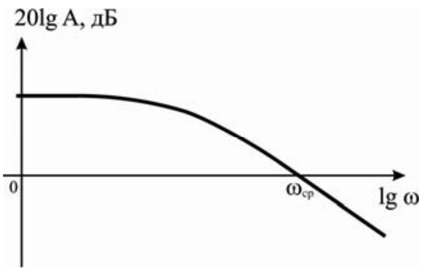

рис. 6.6

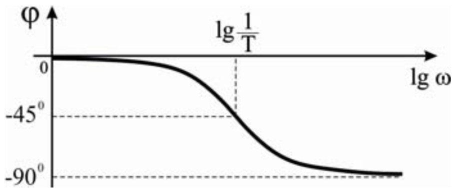

рис. 6.7

2.5. Логарифмическая амплитудно-фазовая частотная характеристика (ЛАФЧХ)

Для удобства исследования замкнутых автоматических систем **ЛАЧХ** и **ЛФЧХ** нередко объединяют, используя комбинированную систему координат (рис. 6.8).

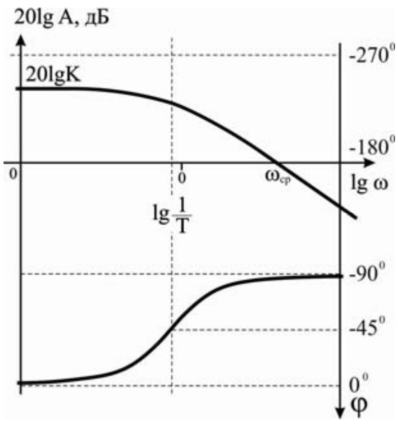

рис. 6.8

В этой системе координат ось абсцисс $\lg(\omega)$ - общая. Ось ординат $20\lg A(\omega)$ расположена слева и направлена вверх. Ось ординат $20\lg A(\omega)$ пересекает ось абсцисс $\lg(\omega)$ на уровне 0 дБ. Ось ординат $\varphi(\omega)$ расположена справа и направлена вниз. Ось ординат $\varphi(\omega)$ пересекает ось абсцисс $\lg(\omega)$ на уровне -180^0.

2.6. Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ).

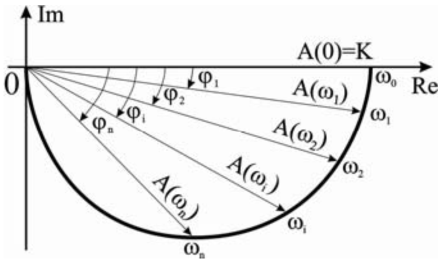

Рис.6.9

Характеристика показывает как связаны значения модуля частотной передаточной функции «$A(\omega)$», угла сдвига фазы «$\varphi(\omega)$» и частоты «ω». Это хорошо видно на графике, построенном в полярных координатах (рис.6.9).

АФЧХ может быть построена на комплексной плоскости.

ВНИМАНИЕ! 1. При $\omega = 0$ значение $A(\omega) = A(0)$ численно равно коэффициенту усиления звена «K».

2. Угол сдвига фаз «$\varphi(\omega)$» измеряется в градусах или радианах.

Порядок выполнения работы:

1. По дифференциальному уравнению составьте структурную математическую модель звена. Сравните структурные схемы машины-двигателя и апериодического звена первого порядка, пересчитайте параметры машины-двигателя T_a и Θ в параметры изучаемого звена.
2. Снимите переходные характеристики звена, т.е. графики $y(t)$ при последовательном изменении X_0, K, T (см л.р. №1).
3. Снимите частотные характеристики звена, т.е. графики **АЧХ**, **ЛАФЧХ** и **АФЧХ** при последовательном изменении K и T.

Отчет должен содержать:

1. Дифференциальное уравнение и решение дифференциального уравнения.
2. Передаточную функцию.
3. Структурные схемы по дифференциальному уравнению и по передаточной функции.
4. Графики по изучению влияния каждой указанной величины с уравнением для варианта с заданными параметрами.

Возможные вопросы на защите:

1. Что такое модуль и сдвиг фаз частотной передаточной функции, АЧХ и ФЧХ ?
2. Что такое коэффициент передачи (два определения) ?
3. На что влияет постоянная времени ?
4. Что такое полоса пропускания (рабочая полоса частот) ?
5. Как построить аппроксимированную ЛАЧХ, укажите величину ошибки построения ?
6. Как определить параметры звена по характеристикам ?