

## Лабораторная работа № 4

### Исследование системы автоматического регулирования (машина-двигатель, управляемая регулятором Ф. Дженкина). Условие устойчивости Д. К. Максвелла.

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** получение практических навыков в исследовании устойчивости состояний равновесия простейших астатических систем автоматического регулирования.

### ВВЕДЕНИЕ В РАБОТУ

Систему автоматического регулирования условно можно представить в виде объекта регулирования (машина-двигатель) и регулятора, замкнутых в единый контур с внешним возмущением (изменением нагрузки), воздействующим на этот контур извне.



Рис. 4.1.

Математической моделью машины-двигателя, управляемой астатическим регулятором является система дифференциальных уравнений следующего вида:

$$\begin{cases} T_a \dot{\varphi} + \Theta \varphi = -\mu - f & \text{– машина-двигатель;} \\ T_r^2 \ddot{\mu} + T_k \dot{\mu} = \varphi & \text{– регулятор Ф. Дженкина.} \end{cases} \quad (4.1)$$

где:  $f(t)$  – внешнее возмущающее воздействие;

$\varphi(t)$  – регулируемая величина (входной сигнал регулятора);

$\mu(t)$  – регулирующее воздействие (выходной сигнал регулятора).

**ПРИМЕЧАНИЕ:**  $\mu(t)$  для системы уже не является внешним воздействием (как это было при рассмотрении машины-двигателя), а является присущей системе переменной вместе со своими производными  $\dot{\mu}(t)$  и  $\ddot{\mu}(t)$ , определяющей состояние системы.

Представленную систему дифференциальных уравнений можно записать в виде одного уравнения:

а) относительно переменной  $\varphi(t)$

$$T_r^2 T_a \ddot{\varphi} + (T_r^2 I + T_k T_a) \dot{\varphi} + T_k I \varphi + \varphi = -T_r^2 \ddot{f} - T_k \dot{f} \quad (4.2)$$

б) относительно переменной  $\mu(t)$

$$T_r^2 T_a \ddot{\mu} + (T_r^2 \Theta + T_k T_a) \dot{\mu} + T_k \Theta \mu + \mu = f \quad (4.3)$$

Внешний вид левой части уравнений (4.2) и (4.3) при смене переменных  $\varphi(t)$ ,  $\mu(t)$  не изменяется, характеристическое уравнение системы определяется выражением:

$$T_r^2 T_a p^3 + (T_r^2 I + T_k T_a) p^2 + T_k I p + 1 = 0$$

где  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  – корни этого характеристического уравнения.

Состояние равновесия системы определяются как  $\varphi_c = 0, \mu_c = f_0$ .

Свободное движение системы (движение, возникающее при  $f = 0$  и ненулевых значениях начальных условий) может быть представлено в пространстве состояния системы (фазовом пространстве)  $\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}$  или  $\mu, \dot{\mu}, \ddot{\mu}$ .

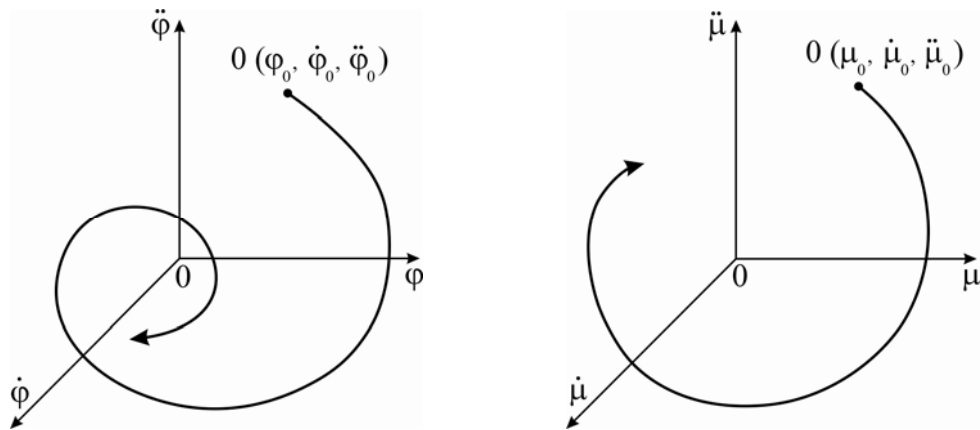


Рис. 4.2.

Состояние равновесия считается устойчивым, если свободное движение системы с течением времени приближается к нему и наоборот – неустойчивым, если удаляется от него.

Состояние равновесия данной системы будет устойчивым, если удовлетворяется условие:

$$\Theta^2 T_r^2 T_k + \Theta T_k^2 T_a > T_r^2 T_a \quad (\text{Условие Максвелла}).$$

Структурная математическая модель системы имеет следующий вид:

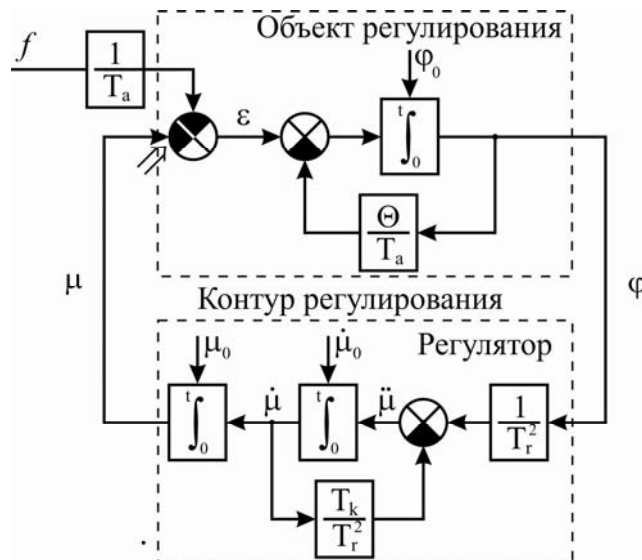


Рис. 4.3.

Обратите внимание на минус в главном контуре (контуре регулирования) отмеченный значком  $\Downarrow$ .

Основное правило регулирования – сигнал, обходя контур регулирования, должен поменять знак (рис. 4.4).

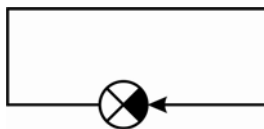


Рис. 4.4.

#### Порядок выполнения работы:

1. По дифференциальному уравнению составьте структурную математическую модель системы.
2. Используя ранее заданные параметры объектов получите графики переходных процессов  $\varphi(t)$ ,  $\mu(t)$ ,  $\varepsilon(t)$  на одном поле
2. Постройте фазовые портреты  $\dot{\mu}(\mu)$  и  $\dot{\varphi}(\varphi)$ .
3. Определите основное свойство системы – устойчива, неустойчива.
4. Используя условие Максвелла изменяя параметры регулятора переведите систему в другое качественное состояние.
5. Получите графики:  $\varphi(t)$ ,  $\mu(t)$ ,  $\varepsilon(t)$ ,  $\dot{\mu}(\mu)$ ,  $\dot{\varphi}(\varphi)$ .
6. Сделайте необходимые выводы.

#### Отчет должен содержать:

1. Дифференциальное уравнение и решение дифференциального уравнения.
2. Структурную схему исследуемой системы.
3. Графики, необходимые для изучения системы
4. Выводы об устойчивости системы.

#### Возможные вопросы на защите:

1. Какие системы называются статическими (астатическими) ?
2. Что такое состояние равновесия ?
3. Какое состояние равновесия называется устойчивым (неустойчивым) ?
4. В чем заключается условие устойчивости Максвелла ?
5. Какое основное правило регулирования ?
6. Как определяется устойчивость ?
7. Вопросы к первым лабораторным работам.