федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Санкт-Петербургский государственный морской технический университет»
КАФЕДРА СУДОВОЙ АВТОМАТИКИ И ИЗМЕРЕНИЙ
Лаборатория моделирования динамических систем
ДИСЦИПЛИНА: «Теория автоматического управления»

Лабораторная работа № 3

Исследование динамики регулятора Дж. Уатта.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: изучение динамики регулятора Дж. Уатта с помощью переходных процессов (временных характеристик) в зависимости от каждой из побудительных причин и параметров регулятора.

ВВЕДЕНИЕ В РАБОТУ

Математической моделью регулятора является дифференциальное уравнение

$$T_r^2 \ddot{\mu} + T_k \dot{\mu} + \gamma\mu = \varphi, \tag{3.1}$$

или в форме Коши

$$\ddot{\mu} = -\frac{T_k}{T_r^2}\dot{\mu} - \frac{\gamma}{T_r^2}\mu + \frac{1}{T_r^2}\varphi. \tag{3.2}$$

где γ – коэффициент неравномерности регулятора.

ПРИМЕЧАНИЕ: Интегральную модель объектов здесь и в дальнейшем представлять не будем из-за ее громоздкости.

Уравнение возмущенного движения для случая $\varphi(t) = \varphi_0$, $\mu_0 = \mu(0)$, $\dot{\mu}_0 = \dot{\mu}(0)$ определяется выражением:

а) для $T_k^2 - 4T_r^2 г \ge 0$

$$\mu(t) = \left(\frac{\dot{\mu}_0 - \mu_0\lambda_2 - \dfrac{\varphi_0}{\gamma}\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} + \frac{\varphi_0}{\gamma} \right) e^{\lambda_1 t} + \left(\frac{\dot{\mu}_0 - \mu_0\lambda_2 - \dfrac{\varphi_0}{\gamma}\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \right) e^{\lambda_2 t} + \frac{\varphi_0}{\gamma}, \tag{3.3}$$

где λ_1 и λ_2 – корни характеристического уравнения $T_r^2\lambda^2 + T_k\lambda + \gamma = 0$;

б) для $T_k^2 - 4T_r^2\gamma < 0$

$$\mu(t) = e^{\beta t}\left[\left(\mu_0 + \frac{\varphi_0}{\gamma} \right) Cos\,\omega t + \frac{\dot{\mu}_0 - \beta\mu_0 - \beta\dfrac{\varphi_0}{\gamma}}{\omega} Sin\,\omega t \right] + \frac{\varphi_0}{\gamma}, \tag{3.4}$$

или

$$\mu(t) = \frac{\varphi_0}{\gamma} + \sqrt{\left(\mu_0 + \frac{\varphi_0}{\gamma} \right)^2 + \left(\frac{\dot{\mu}_0 - \beta\mu_0 - \beta\dfrac{\varphi_0}{\gamma}}{\omega} \right)^2}\; e^{\beta t}\; Cos\left[\omega t - arctg\frac{\dot{\mu}_0 - \beta\mu_0 - \beta\dfrac{\varphi_0}{\gamma}}{\omega\left(\mu_0 + \dfrac{\varphi_0}{\gamma} \right)} \right], \tag{3.5}$$

где $\beta = -\dfrac{T_k}{2T_r^2}$, $\omega = \dfrac{\sqrt{4T_r^2\gamma - T_k^2}}{2T_r^2}$ – соответственно вещественная и мнимая части комплексных сопряженных корней $\lambda_{1,2} = \beta \pm j\omega$ характеристического уравнения $T_r^2\lambda^2 + T_k\lambda^2 + \gamma = 0.$

Сравнение переходных процессов по вариантам (3.3) и (3.4) показывает, что вариант (3.3) – апериодический, ваиант (3.4) – колебательный затухающий.

Рассмотрим эти случаи отдельно:

а) для $T_k^2 \geq 4T_r^2 г$

- для случая $\varphi(t)=\varphi_0$, $\mu_0=\mu(0)$, $\dot{\mu}_0=\dot{\mu}(0)$ определяется уравнение движения принимает вид:

$$\mu(t)=\frac{\varphi_0}{\gamma}\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1-\lambda_2}e^{\lambda_1 t}+\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}e^{\lambda_2 t}+1\right);$$

- для случая $\varphi(t)=\varphi_0$, $\mu_0 \neq \mu(0)$, $\dot{\mu}_0 \neq \dot{\mu}(0)$ (свободное движенгие) уравнение принимает вид:

$$\mu(t)=\frac{\dot{\mu}_0-\mu_0\lambda_2}{\lambda_1-\lambda_2}e^{\lambda_1 t}+\frac{\dot{\mu}_0-\mu_0\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}e^{\lambda_2 t}.$$

б) для $T_k^2 < 4T_r^2 г$

- для случая $\varphi(t)=\varphi_0$, $\mu_0=\mu(0)$, $\dot{\mu}_0=\dot{\mu}(0)$ уравнение движения (34) принимает вид (36):

$$\mu(t)=\frac{\varphi_0}{\gamma}\left(1-e^{\beta t}Cos\,\omega t+e^{\beta t}\frac{\beta}{\omega}Sin\,\omega t\right) \tag{3.6}$$

или

$$\mu(t)=\frac{\varphi_0}{\gamma}\left[1-\sqrt{1+\frac{\beta^2}{\omega^2}}\,e^{\beta t}\,Cos\left(\omega t-arctg\frac{\beta}{\omega}\right)\right].$$

- для случая $\varphi(t)=\varphi_0$, $\mu_0 \neq \mu(0)$, $\dot{\mu}_0 \neq \dot{\mu}(0)$ (свободное движенгие) уравнение принимает вид:

$$\mu(t)=e^{\beta t}\left(\mu_0 Cos\,\omega t+\frac{\dot{\mu}_0-\beta\mu_0}{\omega}Sin\,\omega t\right)$$

или

$$\mu(t)=\sqrt{\mu_0^2+\left(\frac{\dot{\mu}_0-\beta\mu_0}{\omega}\right)^2}\,e^{\beta t}\,Cos\left(\omega t-arctg\frac{\dot{\mu}_0-\beta\mu_0}{\mu_0\omega}\right).$$

Состояния равновесия, для любого случая, соответствуют выражению $\mu_c=\dfrac{\varphi_0}{\gamma}$

Порядок выполнения работы:

1. По дифференциальным уравнениям составьте структурную математическую модель регулятора.
2. Получите значения параметров регулятора Дж. Уатта у преподавателя
3. Снимите переходные характеристики (для случаев а и б), то есть графики $\mu(t)$ и $\dot{\mu}(t)$, при последовательном изменении побудительных причин и параметров регулятора, аналогично предыдущей работе.
4. Дополните проведение исследования регулятора построением фазового портрета.

ВНИМАНИЕ! Фазовый портрет на плоскости – это график зависимости производной от функции, в данном случае $\dot{\mu}(\mu)$.

Отчет должен содержать:

1. Дифференциальное уравнение и решение дифференциального уравнения.
2. Структурную схему исследуемого объекта.
3. Графики по изучению влияния каждой указанной величины.

Возможные вопросы на защите:

1. Что такое фазовый портрет ?
2. Как связаны временные характеристики и фазовый портрет ?
3. Вопросы к первой лабораторной работе.