

Лабораторная работа № 1

Исследование динамики машины-двигателя.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: изучение динамики машины-двигателя с помощью переходных процессов в зависимости от различных побудительных причин и параметров на основе предлагаемой математической модели.

ВВЕДЕНИЕ В РАБОТУ

Как Вам уже известно, уравнение динамики машины-двигателя (как правило, объекта управления) задается *математической моделью* в дифференциальном виде (аналитическая форма записи):

$$T_a \frac{d\varphi}{dt} + \Theta \varphi = \mu - f, \quad (1.1)$$

или в форме Коши

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{\Theta}{T_a} \varphi + \frac{1}{T_a} \mu - \frac{1}{T_a} f, \quad (1.2)$$

или в интегральном виде (тоже аналитическая форма записи):

$$\varphi = \varphi_0 + \int_0^t \left(-\frac{\Theta}{T_a} \varphi + \frac{1}{T_a} \mu - \frac{1}{T_a} f \right) dt,$$

где:

- T_a – коэффициент, характеризующий инерционные свойства объекта, [сек];
 - Θ – коэффициент, характеризующий способность объекта к саморегулированию;
 - $\varphi(t)$ – переменная (регулируемая величина); выходная координата;
 - φ_0 – начальное условие (значение регулируемой величины в начальный момент времени);
 - $\mu(t)$ – переменная (регулирующее внешнее воздействие на объект);
 - $f(t)$ – переменная (возмущающее внешнее воздействие на объект);
 - t – время [сек].
- } Внешние
} воздействия

$\frac{d\varphi}{dt}$ или $\dot{\varphi}$ – производная по времени от $\varphi(t)$ (скорость изменения регулируемой величины).

Под *исследованием динамики* будем понимать получение и анализ решений (возмущенных движений) исходного уравнения (объекта). Интересующие нас движения $\varphi(t)$ определяются наличием возмущающих воздействий ($\mu(t)$ и $f(t)$) и зависят от начального условия (начального отклонения регулируемой величины в момент времени $t = 0$ от состояния равновесия $\varphi(0) = \varphi_0$).

Состояния равновесия (невозмущенные движения) удовлетворяют уравнению статики, которое получается из уравнения динамики при $\frac{d\varphi}{dt} = 0$, и соответствуют выражению:

$$\varphi_c = \frac{f_0 - \mu_0}{\Theta}, \text{ где } \mu_0, f_0 - \text{некоторые постоянные значения, задаваемые переменным } \mu(t) \text{ и } f(t).$$

Таким образом, под движением будем понимать изменение во времени регулируемой величины $\varphi(t)$, возникающее, если одна или более побудительных причин $\neq 0$.

Полное решение дифференциального уравнения (1.1) имеет вид:

$$\varphi(t) = \varphi_0 e^{-\frac{\Theta}{T_a} t} + \frac{\mu_0 - f_0}{\Theta} \left(1 - e^{-\frac{\Theta}{T_a} t} \right). \quad (1.3)$$

Это уравнение описывает так называемый переходный процесс, т.е. изменение во времени выходной координаты φ при подаче на вход скачкообразного возмущения (см. рис. 1.4). Очевидно, что движение описываемое уравнением (1.3), происходит под воздействием побудительных причин (могут быть как положительные, так и отрицательные): внешних (μ_0, f_0) и внутренних (φ_0). Такое движение называется вынужденным.

Если принять в уравнении (1.1) $\mu_0 = f_0 = 0$, то мы получим однородное дифференциальное уравнение:

$$T_a \frac{d\varphi}{dt} + \Theta \varphi = 0. \quad (1.4)$$

Решением этого уравнения является уравнение (1.5):

$$\varphi(t) = \varphi_0 e^{-\frac{\Theta}{T_a} t}. \quad (1.5)$$

Уравнение (1.5) как и уравнение (1.3) описывает переходный процесс, но движение в этом случае называется свободным.

Сравнение уравнений (1.3) и (1.5) показывает, что свободное движение – неотъемлемая часть движения вынужденного.

Рассмотрим уравнение (1.2):

Слева от знака равенства находится скорость регулируемой величины, справа – «побудительные» причины ($\mu(t), f(t)$, и сама величина $\varphi(t)$), влияющие (в меру коэффициентов, стоящих перед ними) на значение этой скорости. Более наглядное отображение связей исследуемого объекта можно увидеть с помощью, так называемой структурной схемы (структурная математическая модель). Очевидно, что для получения $\frac{d\varphi}{dt}$ нужно выполнить сложение элементов в правой части уравнения. Эта операция выполняется с помощью суммирующего элемента (так называемого – сумматора), работу которого отображает рис 1.1. В соответствии с уравнением (1.2) структурная схема принимает вид, представленный на рис. 1.2.

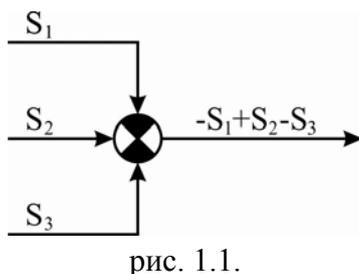


рис. 1.1.

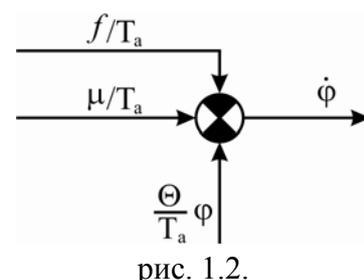


рис. 1.2.

У нас отсутствует слагаемое $\frac{\Theta}{T_a}\varphi$, чтобы получить его необходимо проинтегрировать $\dot{\varphi}$ и умножить его на $\frac{\Theta}{T_a}$ (рис. 1.3).

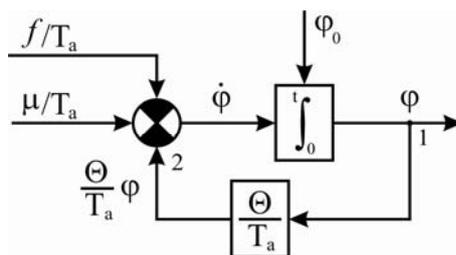
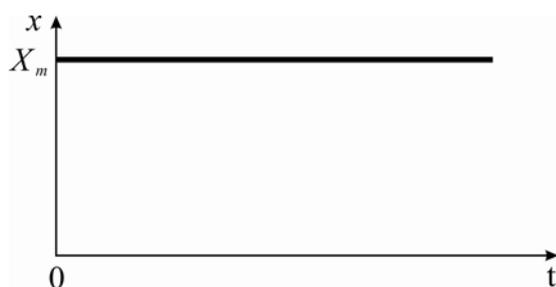


рис. 1.3.

Таким образом, мы получили ещё одну модель машины двигателя – модель в виде структурной схемы. На этой схеме следует обратить внимание на цепь, по которой сигнал φ с выхода интегратора (·) 1 поступает на вход сумматора (·) 2 – это так называемая обратная связь. Без обратной связи невозможно автоматическое регулирование. Основная характеристика обратной связи – знак. В данном случае обратная связь отрицательная.

Динамику объектов будем изучать с помощью, так называемых, переходных характеристик (переходных процессов). Переходная характеристика – это реакция объекта на скачкообразное внешнее воздействие (графический вид представлен на рис. 1.4).



при $t \leq 0$ $x = 0$;
 при $t > 0$ $x = X_m$,
 где:
 X_m – возмущение;
 t – время [сек].

рис. 1.4.

Порядок выполнения работы:

1. По дифференциальным уравнениям составьте структурную математическую модель машины-двигателя.
2. Получите значения параметров машины-двигателя у преподавателя.
3. Снимите переходные характеристики, то есть графики $\varphi(t)$, при последовательном изменении побудительных причин, параметров машины-двигателя:
 - $\varphi(t)$ – изменяем μ при $f = \varphi_0 = 0$;
 - $\varphi(t)$ – изменяем f при $\mu = \varphi_0 = 0$;
 - $\varphi(t)$ – изменяем φ_0 при $f = \mu = 0$;
 - $\varphi(t)$ – изменяем T_a при $f = f_0 = const$, $\mu = \varphi_0 = 0$;
 - $\varphi(t)$ – изменяем Θ при $f = f_0 = const$, $\mu = \varphi_0 = 0$.

ВНИМАНИЕ! Параметры машины-двигателя (T_a и Θ) сугубо положительные величины.

Значения и область изменения воздействий, а так же параметры машины-двигателя и количество вариантов – студент выбирает самостоятельно.

Время наблюдения следует выбирать так, чтобы увидеть весь переходный процесс (рис. 1.5)

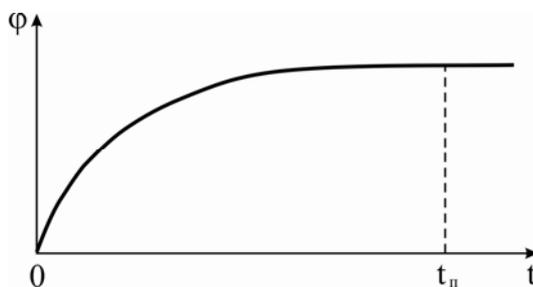


рис. 1.5.

Неудачны следующие опыты:		
- время наблюдения мало:	- время наблюдения велико:	- возмущение мало:

Требования к оформлению:

1. Все лабораторные работы за два семестра должны быть оформлены в тетради в клеточку (24 или 36 листов).
2. При оформлении обязательно применение линеек, лекал и других чертежных инструментов.
3. Оси координат должны быть обозначены, масштабы указаны.

Отчет должен содержать:

1. Дифференциальное уравнение и решение дифференциального уравнения.
2. Структурную схему исследуемого объекта (машины-двигателя).
3. Графики по изучению влияния каждой указанной величины с комментариями:
 - название графика (характеристики);
 - исходные величины;
 - изменяемые величины;
 - аналитическое выражение для варианта с заданными параметрами.

Возможные вопросы на защите:

1. Как по дифференциальному уравнению построить структурную схему ?
2. Что такое побудительные причины ?
3. Что такое свободное движение (вынужденное движение) ?
4. Как влияют побудительные причины и параметры на работу машины-двигателя ?
5. Что такое переходный процесс ?
6. Чем заканчивается переходный процесс ?
7. Что такое обратная связь ?
8. Какая у обратной связи основная характеристика?
9. Как будет выглядеть переходный процесс при изменении знака обратной связи ?
10. Что представляет собой кривая, отображающая переходный процесс ?
11. С какой скорости начинается переходный процесс ?